

1. 既設点 18条4項、反射点 37条2項、仮想点 98条6項、単点 186条2項 はありますが、筆界点はありません。境界点の中に含まれています。正解は筆界点です。

2. 標高点はありますが、独立標高点はありません。刺針はありますが、刺針点はありません。ただし、成果には刺針点明細表があります。

復元杭はありますが、復元点はありません。見通杭はありますが、見通点はありません。

したがって、正解は条件点 351条2項です。

3. 地籍図根点 43条、細部図根点 60条、筆界点 72条、航測図根点 77条、細部多角点 63条はありますが、多角点だけはありません。正解は多角点です。

4. RGB: Red (赤)、Green (緑)、Blue (青) の三原色

TIN: Triangulated Irregular Network
不整三角網といい、地形曲面を不整三角形の集まりで表現する数値標高モデル (DEM) の一つ。

HIS: 色の三要素 Hue (色相)、Intensity (明度)、Saturation (彩度) をいいます。

ノード: Node 2本の線の交点または折れ線の折点をいい、これが「点」になります。

ピクセル: 画素ともいい、最小単位の画像の要素をいい、点ではありません。

5. 図において、 $\overline{AB} = \ell$ 、 $A \rightarrow B$ の方向角 $= \theta$ 、 B から直線におろした垂線 $BH = h$ とすれば、

$$\begin{aligned} h &= \ell \sin (\theta - \alpha) = \ell \sin \theta \cos \alpha - \ell \cos \theta \sin \alpha \\ &= (y_B - y_A) \cos \alpha - (x_B - x_A) \sin \alpha \end{aligned}$$

$$= \begin{vmatrix} x_A - x_B & y_A - y_B \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{vmatrix}$$

この h が正ならば、 B 点は直線の右側、 0 ならば直線上、負ならば左側にあります。

別解として、

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \text{ を求め、}$$

$\alpha > \theta$ ならば、 $\theta + 360^\circ \rightarrow \theta$ として、

$0 < \theta - \alpha < 180^\circ$ ならば、 B 点は直線の右側

$0 = \theta - \alpha = 180^\circ$ ならば、 B 点は直線上

$180^\circ < \theta - \alpha < 360^\circ$ ならば、 B 点は直線の左側にあります。

6. 前問と同じ図において、

$$\begin{aligned} d &= \ell \cos (\theta - \alpha) = \ell \cos \theta \cos \alpha + \ell \sin \theta \sin \alpha \\ &= (x_B - x_A) \cos \alpha + (y_B - y_A) \sin \alpha \\ &= \begin{vmatrix} x_A - x_B & y_A - y_B \\ \sin \alpha & -\cos \alpha \end{vmatrix} \end{aligned}$$

この d が正ならば、 B 点は A 点の前方、 0 ならば A 点の横断線上、負ならば後方にあります。

別解として、方向角 θ を求め、

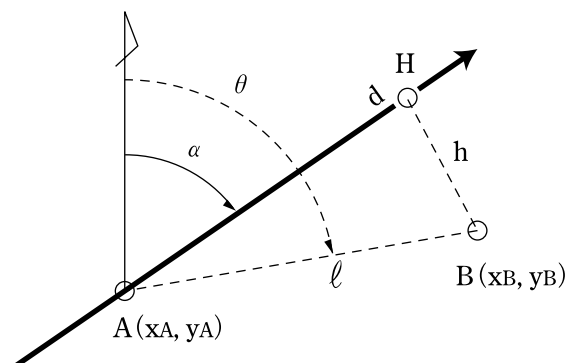
$$-90^\circ < \theta - \alpha < 90^\circ, \theta - \alpha > 270^\circ$$

ならば、 B 点は A 点の前方

$-90^\circ = \theta - \alpha = 90^\circ$ ならば、 B 点は A 点の横断線上

$90^\circ < \theta - \alpha < 270^\circ, \theta - \alpha < -90^\circ$ ならば、 B 点は A 点の後方にあります。

(問5.6解説図)



7. この図の外側にあることが確実な点（たとえば座標原点）とPを結んだ線と、領域の境界線との交点を求め、その個数が0か偶数のときは、P点は領域の外側、奇数のときは、P点は領域の内側です。

なお、境界線を $A(x_A, y_A) \rightarrow B(x_B, y_B)$ とし、 $P(x_P, y_P)$ と原点 $O(0, 0)$ を結んだ線との交点は、 $x = Kx_P$ $y = Ky_P$

$$\text{ただし、} K = \frac{x_A(y_B - y_A) - y_A(x_B - x_A)}{x_P(y_B - y_A) - y_P(x_B - x_A)}$$

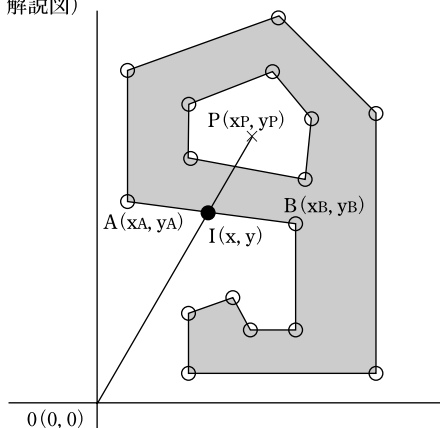
なお、交点がA B間にできる条件は、

$$(x - x_A)(x_B - x) > 0$$

$$(y - y_A)(y_B - y) > 0 \quad \text{です。}$$

この式が0になるときは、頂点と交点が一致するときで、判定ができませんから、別の参照点を選んで交点の個数を調査しなければなりません。

(問7解説図)



8. 検、定、数です。

9. Yes です。

AとB→Cの中点Mを結ぶ直線と、CとA→Bの中点Nを結ぶ直線の交点をGとすると、 $\overline{AG}$ と $\overline{AM}$ の比Kは、

$$K = \frac{\triangle ANC}{\square ANMC} = \frac{\begin{vmatrix} x_N - x_A & y_N - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_M - x_A & y_M - y_A \\ x_C - x_N & y_C - y_N \end{vmatrix}} = \frac{2}{3}$$

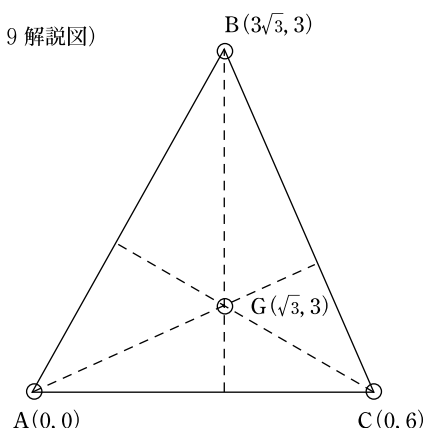
したがって、G点は重心であり、かつ、その座標値は、

$$x_G = x_A + K(x_M - x_A) = (x_A + x_B + x_C) / 3$$

$$y_G = y_A + K(y_M - y_A) = (y_A + y_B + y_C) / 3 \text{ です。}$$

正三角形A(0, 0)、B($3\sqrt{3}$, 3)、C(0, 6)を例にすると、重心はG($\sqrt{3}$, 3)となります。

(問9解説図)



三角形の他の中心は次のとおりです。

① 外心（三頂点を通る円の中心）

$$x = \frac{\begin{vmatrix} x_A^2 + y_A^2 & x_A & 1 \\ x_B^2 + y_B^2 & x_B & 1 \\ x_C^2 + y_C^2 & x_C & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}} \quad \text{ただし、}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} x_A & x_A^2 + y_A^2 & 1 \\ x_B & x_B^2 + y_B^2 & 1 \\ x_C & x_C^2 + y_C^2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}} \quad \text{ただし、}$$

$$K = 2 \frac{\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}}$$

例示の三角形では、M($\sqrt{3}$, 3)となります。

② 内心（三辺に接する円の中心）

$$m_A = \begin{vmatrix} x_A & y_A \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{vmatrix} \quad \alpha = A \rightarrow B \text{ の方向角}$$

$$m_B = \begin{vmatrix} x_B & y_B \\ \cos \beta & \sin \beta \end{vmatrix} \quad \beta = B \rightarrow C \text{ の方向角}$$

$$m_C = \begin{vmatrix} x_C & y_C \\ \cos \gamma & \sin \gamma \end{vmatrix} \quad \gamma = C \rightarrow A \text{ の方向角}$$

とすると、

$$x = \frac{\begin{vmatrix} m_A & 1 & \cos \alpha \\ m_B & 1 & \cos \beta \\ m_C & 1 & \cos \gamma \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} m_A & 1 & \cos \alpha \\ m_B & 1 & \cos \beta \\ m_C & 1 & \cos \gamma \end{vmatrix}} \quad \text{ただし、}$$

$$y = \begin{vmatrix} m_A & 1 & \sin \alpha \\ m_B & 1 & \sin \beta \\ m_C & 1 & \sin \gamma \end{vmatrix} / (\sin A + \sin B + \sin C)$$

例示の三角形では、N ($\sqrt{3}$, 3) となります。

③ 垂心 (三頂点から対辺に立てた垂線の交点)

$$m = \begin{vmatrix} X_B - X_A & Y_B - Y_A \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{vmatrix}$$

とすると、

$$x = X_A - m \sin \beta / \sin C$$

$$y = Y_A + m \cos \beta / \sin C$$

例示の三角形では、H ($\sqrt{3}$, 3) となります。

10. No です。

△ABC の重心 G_1 および面積 S_1 は次のとおりです。

$$x_1 = (X_A + X_B + X_C) / 3$$

$$y_1 = (Y_A + Y_B + Y_C) / 3$$

$$S_1 = \begin{vmatrix} X_C - X_A & Y_C - Y_A \\ X_C - X_B & Y_C - Y_B \end{vmatrix} / 2$$

△CDA の重心 G_2 および面積 S_2 は次のとおりです。

$$x_2 = (X_C + X_D + X_A) / 3$$

$$y_2 = (Y_C + Y_D + Y_A) / 3$$

$$S_2 = \begin{vmatrix} X_C - X_A & Y_C - Y_A \\ X_D - X_C & Y_D - Y_C \end{vmatrix} / 2$$

四辺形の面積を、 $S = S_1 + S_2$ とするとき、
四辺形の重心 G は、

$$x = (S_1 x_1 + S_2 x_2) / S$$

$$y = (S_1 y_1 + S_2 y_2) / S \quad \text{となります。}$$

四辺形が、正方形、長方形、菱形の時は、

$$S_1 = S_2$$

$$(X_A + X_C) / 2 = (X_B + X_D) / 2$$

$$(Y_A + Y_C) / 2 = (Y_B + Y_D) / 2$$

となるため、重心 G = 図心 P となりますが、一般の四辺形では成立しません。

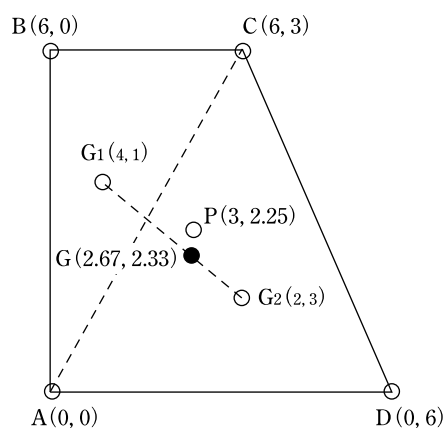
四辺形を $A(0, 0)$ 、 $B(6, 0)$ 、 $C(6, 3)$ 、 $D(0, 6)$ とするとき、

$$\text{図心 } P \quad x = 3 \quad y = 2.25$$

$$\text{重心 } G \quad x = 2.67 \quad y = 2.33 \quad \text{となります。}$$

一般に四辺形以上の多角形では、対称形など特別の場合を除いて、図心と重心は一致しません。

(問10解説図)



[参考文献]

GIS ワークブック / 村井俊治 / 日本測量協会 / 1998.6.15